

如何教導特殊兒童數學加法直式計算？

- 加法「進位作業單」操作實例舉隅

李明洋

(本文原刊載於教師之友。民 86。38 : 4)

壹、前言

當初萬沒料到自己會教數學。

開學的第一天，我先測了一下學生的能力。

依照前任老師的說法，該班(升上來三年級)進度只到個位數與十位數的加法，且絕大多數是進行個位數加個位數的心算練習，亦即老師在課堂上出示心算卡(例如 $6+5$)，要學生視卡回答，或是將答案用一種塑膠作成的小花片呈現在桌上，(例如 $6+5=11$)，由老師檢查。如此反覆練習，直到熟練為止。

施測的結果，數數與認數方面，大抵可以，至於計算方面，程度最低的學生是運算個位數加個位數須兩手並用，且答案常錯。較好程度的則能算到個位加十位，但也要借用雙手。這樣的結果迫使我重新檢討。

我想，主要的原因可能有三個：其一、放了暑假，數學能力也跟著放假。其二、可能是教學法不夠具體。其三、或許是缺乏系統化的教學所致。

於是我將新學期的進度訂成「數學加法的運算」，並且開始著手設計一套適合本班學生的數學課程，希望能在最短的時間內教會他們加法的運算方法。

貳、進行教材分析

首先，我進行教材分析。以下就是我的「加法運算」教材分析：

1. 不進位加法

1-1. 個位數加個位數($1+1$)

1-2. 個位數加十位數($1+10$)

1-3. 十位數加個位數($10+1$)

1-4. 個位數加百位數($1+100$)

1-5. 百位數加個位數($100+1$)

1-6. 十位數加十位數($10+10$)

1-7. 十位數加百位數($10+100$)

1-8. 百位數加十位數($100+10$)

1-9. 百位數加百位數($100+100$)

2. 進位加法

2-1. 進一位

- 2-1-1.個位數加個位數(1+9)
- 2-1-2.個位數加十位數(1+19)
- 2-1-3.十位數加個位數(19+1)
- 2-1-4.個位數加百位數(1+109)
- 2-1-5.百位數加個位數(109+1)
- 2-1-6.十位數加十位數(19+11 ; 90+10)
- 2-1-7.十位數加百位數(19+101 ; 90+110)
- 2-1-8.百位數加十位數(101+19 ; 190+10)
- 2-1-9.百位數加百位數(109+101 ; 110+190)
- 2-2.進二位
- 2-2-1.個位數加十位數(1+99)
- 2-2-2.十位數加個位數(99+1)
- 2-2-3.個位數加百位數(1+199)
- 2-2-4.百位數加個位數(199+1)
- 2-2-5.十位數加十位數(99+11)
- 2-2-6.十位數加百位數(99+101)
- 2-2-7.百位數加十位數(101+99)
- 2-2-8.百位數加百位數(199+101)

參、數量與單位轉換

在進行進位加法之前，我先讓學生進行「數量與單位轉換」的練習，以確定其對數字的觀念是否正確。其教材分析如下：

- 一、個位數：9 等於 9 個 1。
- 二、十位數：90 等於 9 個 10。
- 三、百位數：900 等於 9 個 100。
- 四、混合：999 等於 9 個 100+9 個 10+9 個 1。

在進行單位轉換時，我參考了本系教授何素華老師的方法，製作適合的教具【圖一】。此一教具係將厚紙板裁成長條狀，劃分十格，每格代表 1 元，其下標有數字 1,2,3,……一直到 10。在小格上則劃有大格，每格代表 10 元。除此之外，我還準備了數枚紙製的 1 元及 10 元硬幣。

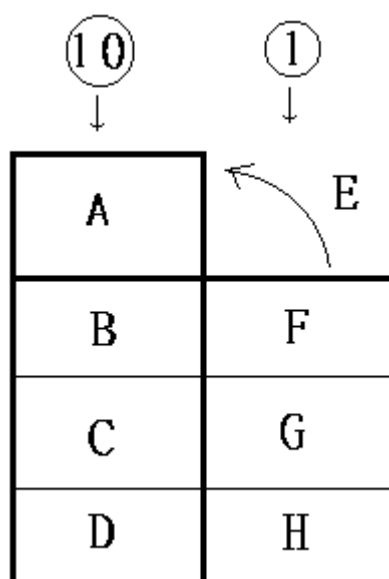
操作的方式很簡單。我要求學生將 1 元紙幣逐一的排入空格中，然後跟著唱數，當紙幣累積到 10 的時候，則兌換 1 枚 10 元的硬幣，重複練習，直到熟練為止。經過單位轉換的練習，讓學生熟悉 1 個 10 元 = 10 個 1 元後，再進行進位加法。

肆、進位練習單

做完加法教材的分析及單位轉換的練習後，接下來就是進位加法的教具製作

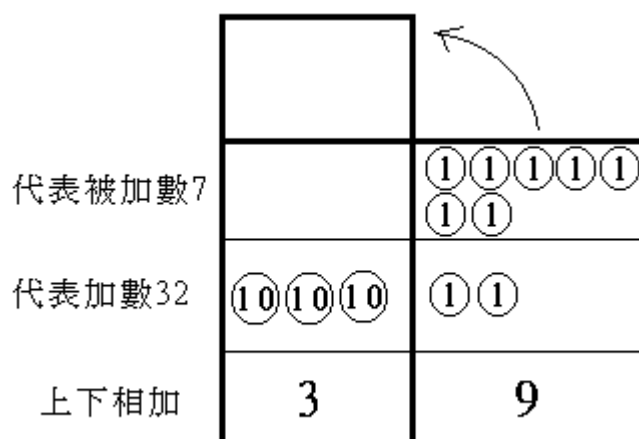
了。這套教具，我稱之為「進位練習單」，主要是一張繪有格式的表單，外加一組紙做的硬幣。這套教具的作法簡單，且實施後的效果很好。

這套進位練習單的形式如何呢？茲以代碼分述如下：



- A：進位區。
- B：被加數的十位數。
- C：加數的十位數。
- D：總數的十位數。
- E：進位搬移路線
- F：被加數的個位數。
- G：加數的個位數。
- H：總數的個位數。

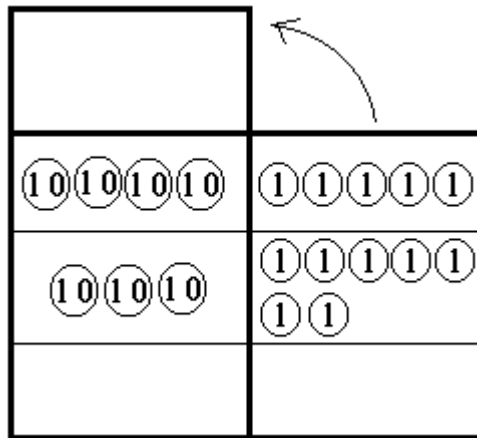
那麼又該如何操作呢？茲以 1-2.「個位數加十位數」(7+32) 為例，說明如下：



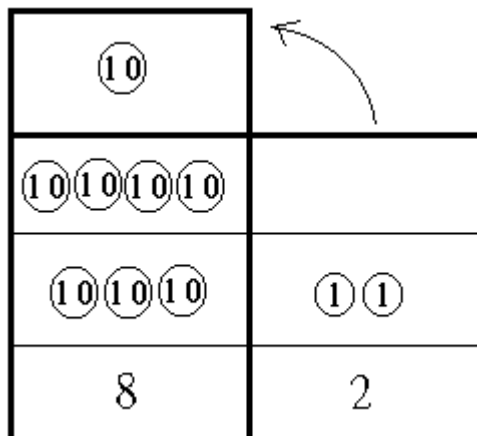
由上圖的分析可知，學生只要逐欄由上往下相加（十位數加十位數，個位數加個位數），即可清楚的算出答案。

當學生已熟悉不進位的加法後，即可進行進位加法。操作進位加法須經過兩個步驟。茲以 2-1-6.「十位數加十位數」(45+37) 為例說明。

首先，我們在作業單上排紙幣：



接著進行第二步，將 10 個 1 元轉換成 1 個 10 元，然後把 1 個 10 元順著「進位搬移路線」放到進位區裡：



最後上下相加，即得出答案：82。

當學生能夠順利地操作這套簡易的加法「進位作業單」後，接著我們就可以將這種「紙上」操作的方法，轉換成「紙筆」操作的方式了。

伍、兩種方式的分析

教具的使用主要是幫助學生體認到抽象的數學概念，原來也可以用具體的東西來表達。「進位作業單」正代表著一種數學思考的作業程序，學生可以藉此瞭解自己是如何進行加法計算的。

當然，我們的最終目的仍是要讓學生回歸到一般學生使用的方式 - 紙筆計算。

如果您已經帶著學生操作「作業單」很多次了，相信會發現，這種計算方式其實和一般的加法計算方式 - 「直式計算」非常相近。

我們不妨將上一個例題拿來做範例。

當普通生遇到「 $45+37=?$ 」這類問題時，一般都會採用直式計算來處理。首先列式：

$$\begin{array}{r|l} 4 & 5 \\ + 3 & 7 \\ \hline \end{array}$$

然後個位數加個位數，亦即 $5+7=12$ 。

接著進位，畫一個箭號，箭頭處寫上 1，這個 1 正好位於 4 的正上方，並在個位的地方寫上 1 個 2：

$$\begin{array}{r|l} 1 & \\ \curvearrowright & \\ 4 & 5 \\ + 3 & 7 \\ \hline & 2 \end{array}$$

最後，十位數加十位數，就算出結果：

$$\begin{array}{r|l} 1 & \\ \curvearrowright & \\ 4 & 5 \\ + 3 & 7 \\ \hline 8 & 2 \end{array}$$

經過上述的分析，我們再把「進位作業單」法和「直式計算」法兩相對照，即可清楚的發現，這兩種方法的處理過程極為相似，例如前者的表格排列與後者如出一轍；前者第二步驟的移位與後者的進位方式相同。而不同的，是後者第二步驟先在個位數的地方寫下數字，而前者則是等到最後才一起相加；以及前者係採用具體實物操作，後者為抽象數字的演練。

陸、進行轉換

如果上述類似的題目，學生都已經可以駕輕就熟的使用「進位練習單」，表示老師可以進一步教他玩下一個遊戲 - 轉換成直式計算。

首先，教師宜先確定學生操作「作業單」已達精熟的程度。其次，學生也已瞭解單位轉換所代表的意義。

待確定上述兩點後，老師即可寫出一個算式，如 $45+37$ ，然後要學生利用「作業單」操作一遍。

當學生依照以往的步驟正確地操作後，這時老師就可以在作業單旁邊的空白紙上列出直式，然後配合著作業單，一邊進行直式的計算，一邊操作著作業單，讓學生明白兩者的異同點。

反覆幾遍後，老師即可要求學生仿照示範的方法在紙上計算，並且提醒學生每一個計算細節（尤其是個位數處數字先寫後寫的差別）。

柒、連加

當您指導學生進行十位數加十位數的進位加法，或更大位數的進位加法時，可能會發生以前「作業單」所不曾有過的現象。學生會問您：老師， $1+4+3$ 等於多少？

如果您的學生也出現和我學生同樣的情形，則表示他對於多數相加的方法或許仍無法認知。遇此，我們不妨先將直式計算擱置一旁，進行「連加」的課程。其教材分析如下：

一、個位數連加： $1+1+1$ 。

二、十位數連加： $10+10+10$ 。

三、個位數與十位數混合加： $1+10+1$ 。

一旦您的學生對於連加已經相當熟稔，相信進行直式計算的阻力將能減至最少。

捌、後記

這套進位單是本系八五級學長劉載興在前年實習時自創，後與我研討改良而成的；紙幣是服務學校啟聰班羅碧雲老師熱心提供的；而單位轉換的教具則是參照本系何素華老師的構想設計的，所以在此，謹對三人表達我由衷的感謝。

玖、圖例

圖一：

10	20	30	40	50					
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10